

Das Zauberdreieck

von Werner Metzner

Das Zauberdreieck von Werner Metzner



Aus dem Programm mathe 2000
von Erich Ch. Wittmann und Gerhard N. Müller

1. Auflage 1 5 4 3 2 1 | 2010 09 08 07 06

Alle Drucke dieser Auflage sind unverändert und können im Unterricht nebeneinander verwendet werden. Die letzte Zahl bezeichnet das Jahr des Druckes.

Das Werk und seine Teile sind urheberrechtlich geschützt. Jede Nutzung in anderen als den gesetzlich zugelassenen Fällen bedarf der vorherigen schriftlichen Einwilligung des Verlages. Hinweis zu § 52 a UrhG: Weder das Werk noch seine Teile dürfen ohne eine solche Einwilligung eingescannt und in ein Netzwerk eingestellt werden. Dies gilt auch für Intranets von Schulen und sonstigen Bildungseinrichtungen.

Fotomechanische Wiedergabe nur mit Genehmigung des Verlages.

© Ernst Klett Grundschulverlag GmbH, Leipzig 2006.

Alle Rechte vorbehalten.

Internetadresse: www.klett.de

Redaktion: Maria Wieghardt

Grundkonzeption Layout: Know Idea GmbH, Freiburg

Umschlaggestaltung: Know Idea GmbH, Freiburg

Titelbild: Christoph Düpper, Freiburg

Herstellung: Arite Wald

Druck: Herzog Kartonagen, Sandhausen

Printed in Germany

ISBN: 978-3-12-200961-8



Das Zauberdreieck

Das Zauberdreieck hat seit seiner Entwicklung vor gut 15 Jahren in vielen Schulen einen festen Platz in der Differenzierung, der Stillarbeit und der Freien Arbeit gefunden. Das Zauberdreieck ist ein **Arbeitsmittel**, das in spielerischer Form Kinder veranlasst, Additions-, Subtraktions- und Ergänzungsaufgaben im Zahlenraum bis 30 zu üben. Sie können Zusammenhänge erkennen und Lösungsstrategien entwickeln, die sie bei der Lösung schwierigerer Aufgaben nutzen können. Im Umgang mit dem Zauberdreieck stärken sie so ihre mathematischen Fertigkeiten und Fähigkeiten. Durch die verschiedenen Aufgabenkarten wird das Spiel ständig variiert und bleibt über lange Zeit interessant. Die Spielregeln, die operativen Zusammenhänge und weitere sinnvolle Fragestellungen sind in diesem kleinen Begleitheft beschrieben.

Das kleine Zauberdreieck kann bereits im 1. Schuljahr eingesetzt werden, es bleibt mit seinen Aufgaben im Zahlenraum bis 20 (s. S. 4ff).

Das große Zauberdreieck mit den schwierigeren Aufgabenstellungen ist besonders für Schülerinnen und Schüler der Schuljahre 2 bis 4 interessant (s. S. 9ff).

Die Kinder sollten in einer kurzen Einführungsphase mit den überaus **einfachen Spielregeln** vertraut gemacht werden. Dies kann z. B. mit Magnetzahlen an der Stahltafel geschehen. Die Kinder werden von sich aus die Dreiecke operativ abändern und dies auch bei weiteren Lösungsversuchen sinnvoll nutzen. Eine besondere Herausforderung für leistungsstarke Kinder sind „magische“ Zauberdreiecke (vgl. S. 22).

Die Aufgabenkarten sind farblich sortiert und durchnummeriert. So können die Kinder eindeutig festhalten, welche Aufgaben sie schon gelöst haben. Sie können ihre Lösungen auf einem **Arbeitsblatt** (Kopiervorlagen, S. 16ff) eintragen, nochmals nachrechnen, sich auch gegenseitig kontrollieren. Im „Rechenpass zum Zauberdreieck“ (Kopiervorlage, S. 20) können sie ihren Übungseifer dokumentieren.

Der Vergleich mit den Lösungen im **Lösungsheft** sollte erst nach intensiven eigenen Knobel- und Lösungsversuchen erfolgen. Für die selbstständige Kontrolle kann das Heft frei zugänglich ausliegen. Seine Benutzung sollte zu Beginn an einigen Beispielen gemeinsam geklärt werden. Bei den offeneren Aufgaben des großen Zauberdreiecks können die Lösungszahlen der Kinder gegenüber denen im Heft auch gedreht oder gespiegelt erscheinen – dass die Lösungen dennoch genauso richtig sind, sollte besprochen werden (vgl. Seite 10 im Lösungsheft).

Und hier noch ein **Tipp** für die Praxis: Geht einmal ein Spielstein verloren, kann als Ersatz ein Blanko-Stein mit Permanentstift beschriftet werden.

Das kleine Zauberdreieck

Dazu gehören

- 1 Spielbrett und 10 Spielsteine mit den Zahlen von 1 bis 10
- 100 Aufgabenkarten in fünf Schwierigkeitsstufen
- Blankosteine zum Selbstbeschriften als Ersatz

Regeln für den Gebrauch des Spielbretts

Die Spielregel, die diesem Zauberdreieck zugrunde liegt, lässt sich mit vier Worten ausdrücken:

M a c h e a l l e S e i t e n g l e i c h !

Von den zehn Spielsteinen mit den Zahlen von 1 bis 10 sollen sechs so in das kleine Dreieck eingesetzt werden, dass die Summen aus den drei Zahlen jeder Seite gleich groß sind.

Beispiel:



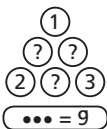
1. Seite $8 + 5 + 7 = 20$
2. Seite $8 + 2 + 10 = 20$
3. Seite $7 + 3 + 10 = 20$

Aufgaben, Fragen, Strukturen

An den folgenden Beispielen werden die mathematischen Fragestellungen und Strukturen deutlich.

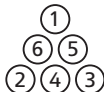
Beispiel 1:

Aufgabe



Die drei Eckzahlen und die geforderte Seitensumme sind vorgegeben. Zur Rechnung stehen den Kindern noch die Spielsteine mit den Zahlen 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 zur Verfügung. Da von jeder Seite zwei Zahlen vorgegeben sind, kann die dritte Zahl nach folgendem Lösungsschema berechnet werden:

Lösung

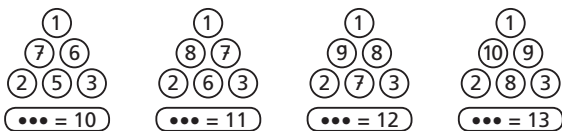


Addiere zwei Ecken -- Ergänze zur Seitensumme

1. Seite $1 + 2 = 3$ -- $3 + 6 = 9$
2. Seite $2 + 3 = 5$ -- $5 + 4 = 9$
3. Seite $3 + 1 = 4$ -- $4 + 5 = 9$

Zur Lösung dieser Aufgabenkarte wurden drei Additions- und drei Ergänzungsaufgaben gerechnet. Bei der Probe werden dann noch einmal drei Additionsaufgaben mit drei Summanden berechnet. Es empfiehlt sich, von Anfang an die vorgegebenen Zahlen (hier 1, 2, 3) in rot hinzulegen, die selbst berechneten (hier 6, 4, 5) in blau.

Mit der Aufgabenstellung „Mache alle Seiten gleich!“ lassen sich zu den Eckzahlen 1, 2, 3 aber noch weitere Lösungen zu anderen Seitensummen finden:

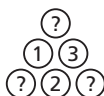


Daraus lassen sich viele Fragen formulieren, die die Kinder beantworten und begründen können.

- Welche Seitensummen sind möglich? (9, 10, 11, 12, 13)
- Welche ist die kleinste Seitensumme? (9)
- Welche ist die größte Seitensumme? (13)
- Warum ist die Seitensumme 8 nicht möglich? (3 doppelt nötig)
- Warum ist die Seitensumme 14 nicht möglich? (11 wäre nötig)

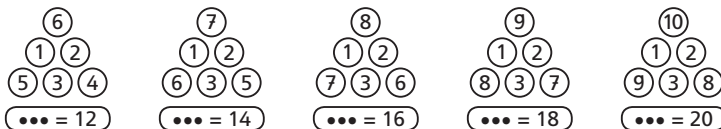
Beispiel 2:

Aufgabe



Setzt man die drei Zahlen 1, 2, 3 auf die Mitte der drei Seiten, kann man mit der Aufforderung „Mache alle Seiten gleich!“ anspruchsvollere Aufgaben stellen, die durch Rechnen, Kombinieren und Probieren gelöst werden können.

Lösungen



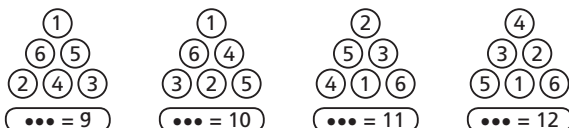
Fragen an die Kinder:

- Welche Seitensummen sind möglich? (12, 14, 16, 18, 20)
- Welche ist die kleinste Seitensumme? (12)
- Welche ist die größte Seitensumme? (20)
- Warum ist die Seitensumme 10 nicht möglich? (3 doppelt nötig)
- Warum ist die Seitensumme 22 nicht möglich? (11 wäre nötig)
- Warum wachsen die Seitensummen immer um 2?

Die Fragestellungen der Beispiele 1 und 2 lassen sich nun vielfach variieren, indem andere Zahlen vorgegeben werden. Sind die Kinder dann mit dem kleinen Zauberdreieck vertraut, können sie auch folgende Aufgaben lösen:

- Welche ist die kleinste Seitensumme überhaupt? (9)
- Welche ist die größte Seitensumme? (24)
- Welche Zauberdreiecke kann man mit den Zahlen 1 bis 6 legen?

Lösungen



Vergleichen die Kinder die gefundenen Lösungen zur letzten Frage, können sie folgende Beobachtungen formulieren:

- Auf den Ecken stehen
 - a) die drei kleinsten Zahlen
 - b) die ungeraden Zahlen
 - c) die geraden Zahlen
 - d) die drei größten Zahlen

Die Aufgabekarten

Zum kleinen Zauberdreieck gibt es 100 verschiedene Aufgabekarten, die sich nach ihrem Schwierigkeitsgrad farblich unterscheiden

- Die gelben, orangenen und roten Karten haben so viele Zahlen vorgegeben, dass die Seitensummen einfach berechnet werden können.
- Die hellgrünen und dunkelgrünen Karten haben nur so viele Vorgaben, dass eine oder aber auch mehrere Lösungen für die einzelnen Seiten möglich sind, die Gesamtlösung kann daher nur durch Kombinieren und Probieren gefunden werden.

In der folgenden Übersicht werden die verschiedenen Aufgabekarten an je einem Beispiel vorgestellt und ein möglicher Lösungsweg beschrieben.

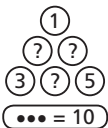
1. Gelbe Aufgabekarten

Vorgaben: drei Eckzahlen und die Seitensumme

Da von jeder Seite zwei Zahlen bekannt sind, kann die dritte Zahl berechnet werden, indem jeweils zwei Ecken addiert und zur Seitensumme ergänzt werden.

Beispiel:

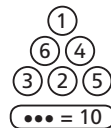
Aufgabe



Lösungsweg

- Addiere zwei Ecken -- Ergänze zur Seitensumme
- 1. Seite: $3 + 1 = 4$ -- $4 + 6 = 10$
 - 2. Seite: $3 + 5 = 8$ -- $8 + 2 = 10$
 - 3. Seite: $1 + 5 = 6$ -- $6 + 4 = 10$

Lösung



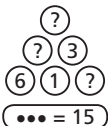
2. Orange Aufgabekarten

Vorgaben: drei Zahlen und die Seitensumme

Von mindestens einer Seite sind zwei Zahlen bekannt. Die dritte Zahl dieser Seite muss zuerst berechnet werden, erst dann kann man die Zahlen der anderen Seiten berechnen.

Beispiel:

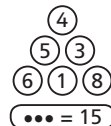
Aufgabe



Lösungsweg

- Addiere zwei Zahlen -- Ergänze zur Seitensumme
- 2. Seite: $6 + 1 = 7$ -- $7 + 8 = 15$
 - 3. Seite: $8 + 3 = 11$ -- $11 + 4 = 15$
 - 1. Seite: $4 + 6 = 10$ -- $10 + 5 = 15$

Lösung



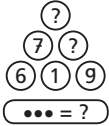
3. Rote Aufgabenkarten

Vorgaben: vier Zahlen, davon drei Zahlen einer Seite

Von einer Seite sind drei Zahlen, von der zweiten Seite zwei Zahlen vorgegeben. Die Zeilensumme wird nicht vorgegeben und muss erst berechnet werden. Die Zahlen der anderen Seiten kann man dann wieder schrittweise finden.

Beispiel:

Aufgabe



Lösungsweg

Berechne die Seitensumme

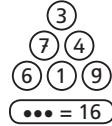
2. Seite: $6 + 1 + 9 = 16$

Addiere zwei Zahlen -- Ergänze zur
Seitensumme

1. Seite: $6 + 7 = 13$ -- $13 + 3 = 16$

3. Seite: $9 + 3 = 12$ -- $12 + 4 = 16$

Lösung



4. Hellgrüne Aufgabenkarten

Vorgaben: zwei Zahlen und die Seitensumme

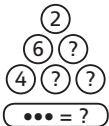
oder: drei Zahlen einer Seite, Seitensumme kann berechnet werden

- a) Nur von einer Seite sind zwei Zahlen bekannt. Die erste Seite kann wie bisher berechnet werden.
 b) Von einer Seite sind drei Zahlen bekannt. Die Zeilensumme wird nicht vorgegeben und muss erst berechnet werden. Zur Berechnung der zweiten Seite muss man nun die Eckzahl zur Seitensumme ergänzen und die Differenz in zwei Summanden zerlegen. (Infrage kommen nur die Zahlen der restlichen Steine.)

Da verschiedene Zerlegungen möglich sind, muss probiert werden, welche Zerlegung auch eine Lösung für die dritte Seite zulässt.

Beispiel:

Aufgabe



Lösungsweg

Berechne die Seitensumme

1. Seite: $4 + 6 + 2 = 12$

Ergänze zur
Seitensumme -- Zerlege in 2 Summanden

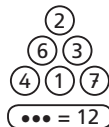
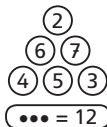
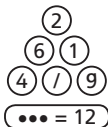
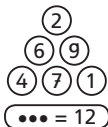
3. Seite: $2 + 10 = 12$ -- $10 = 9 + 1$

-- $10 = 1 + 9$

-- $10 = 7 + 3$

-- $10 = 3 + 7$

Lösungen



keine Lösung
möglich

Hinweis

Vorsicht! Hier sollte nicht der Anspruch an die Kinder erhoben werden, alle Lösungen zu finden!

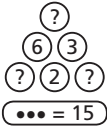
5. Dunkelgrüne Aufgabenkarten

a) **Vorgaben:** von jeder Seite nur die mittlere Zahl und die Seitensumme

Von jeder Seite ist nur eine Zahl bekannt. Die Lösung zur geforderten Seitensumme ist nur durch Probieren zu finden.

Beispiel:

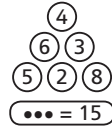
Aufgabe



Lösungsweg

Ergänze zur Seitensumme	--	Zerlege in zwei Summanden
1. Seite: $6 + 9 = 15$	--	$9 = 1 + 8$ $= 4 + 5$
2. Seite: $2 + 13 = 15$	--	$13 = 4 + 9$ $= 5 + 8$
3. Seite: $3 + 12 = 15$	--	$12 = 4 + 8$ $= 5 + 7$

Lösung



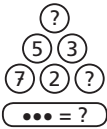
Bei der Zerlegung in zwei Summanden kommen nur die Zahlen der restlichen Steine infrage. Da verschiedene Lösungen möglich sind, muss probiert werden, welche Zerlegung auch eine Lösung für die dritte Seite zulässt. Weil die Eckzahlen in der Berechnung von zwei Seiten auftreten, fallen in den obigen Zerlegungen die Zahlen 1, 9 und 7 aus, da sie nur in einer Zerlegung auftreten.

b) **Vorgaben:** Von zwei Seiten zwei Zahlen,
von der dritten Seite eine Zahl

Von zwei Seiten sind zwei Zahlen bekannt. Die Seitensumme ist nicht vorgegeben. Es müssen zwei Zahlen durch Probieren gesucht werden, die die Summen aller drei Seiten gleich machen.

Beispiel:

Aufgabe

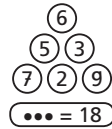


Lösungsweg

Da bei diesen Aufgabenkarten die Seitensumme nicht vorgegeben ist, kann die Lösung nicht durch Addition zweier Zahlen und Ergänzung zur Seitensumme berechnet werden.

Da $5 + 7 = 12$ und $7 + 2 = 9$ ist, muss zur zweiten Seite eine um 3 größere Zahl addiert werden als zur ersten Seite. Es kommen also nur die Paare 1 und 4 oder 6 und 9 infrage. Durch Probieren kann dann die Lösung gefunden werden.

Lösung



Das große Zauberdreieck

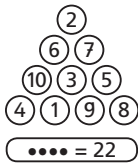
Dazu gehören

- 1 Spielbrett und
- 10 Spielsteine mit den Zahlen von 1 bis 10
- 100 Aufgabenkarten in drei Schwierigkeitsstufen

Regeln für den Gebrauch des Spielbretts

Die zehn Spielsteine mit den Zahlen von 1 bis 10 sollen so in das Dreieck eingesetzt werden, dass die Summe aus den vier Zahlen jeder Seite gleich groß ist. Der Stein in der Mitte liegt in einer „Parkposition“ und bleibt bei den Rechnungen unberücksichtigt.

Beispiel:



$$4 + 10 + 6 + 2 = 22$$

$$4 + 1 + 9 + 8 = 22$$

$$2 + 7 + 5 + 8 = 22$$

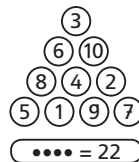
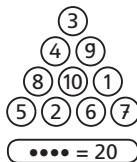
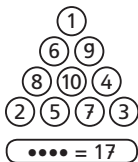
Die mittlere Zahl 3 kommt in den Rechnungen nicht vor.

Nach dieser Regel gibt es 136 verschiedene Möglichkeiten zur Anordnung der 10 Zahlen. Sie unterscheiden sich

a) durch die Summe der Seitenzahlen.

Alle möglichen Lösungen liegen zwischen 17 und 27.

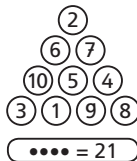
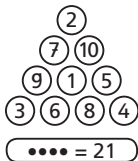
Beispiel:



b) durch die Zahl in der Mitte.

Es gibt zu fast allen möglichen Seitensummen unterschiedliche Lösungen mit verschiedenen Zahlen in der Mitte.

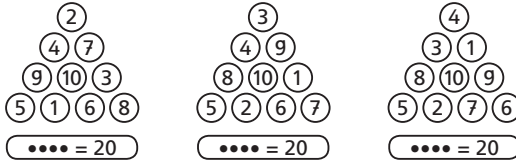
Beispiel:



c) durch die drei Eckzahlen.

Die Eckzahlen können frei gewählt werden. Sie müssen allerdings eine bestimmte Summe ergeben, die von der Zahl in der Mitte und von der Seitensumme abhängig ist.

Beispiel:



Die Summe der drei Eckzahlen ist immer 15!

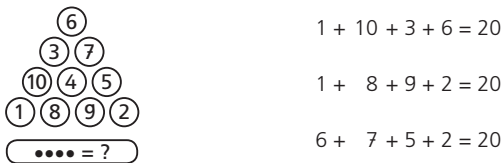
Mathematische Ziele der Arbeit mit dem großen Zauberdreieck

- Bestimmen der Summen von vier Zahlen im Zahlenraum bis 30
- operatives Abändern von Vierersummen im Zahlenraum bis 30
- Lösung von Ergänzungsaufgaben
- operative Übungen zum Kommutativ- und Assoziativgesetz
- Erkennen von Strukturen und Gesetzmäßigkeiten
- Steigerung der Rechenfähigkeit

Einführung in das große Zauberdreieck

Die Gesetzmäßigkeiten und Strukturen des Zauberdreiecks werden in einer Einführungsphase mit den Schülern erarbeitet. Es ist dabei der einzelnen Lehrerin überlassen, ob sie Wert auf genaue Formulierungen legt oder ob ihr das nicht-verbale Verständnis der Schüler genügt. Zunächst wird den Kindern ein fertiges Zauberdreieck vorgestellt. Sie äußern sich dazu und berechnen die Summe der vier Zahlen einer Seite. Die drei Summen werden an der Tafel notiert.

Beispiel:



Die Kinder entdecken:

- Die Seitensummen sind gleich.
- Die Eckzahlen 1, 2 und 6 kommen in je zwei Rechnungen vor.
- Die mittlere Zahl 4 kommt in keiner Rechnung vor.

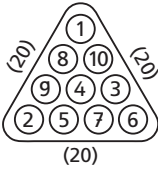
Veränderung des Zauberdreiecks durch Vertauschen von Zahlen

Auf verschiedene Weise werden nun Zahlen vertauscht und danach die Summe der Seiten neu berechnet. Die dabei entdeckten Gesetzmäßigkeiten helfen später beim Lösen der Arbeitskarten.

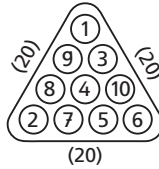
1. Vertauscht man die Zahlen in der Mitte einer Seite, ändern sich die Summen der drei Seiten nicht (Kommutativgesetz).

Beispiel:

Änderungen



(Vertausche
8 und 9
10 und 3
5 und 7)



keine

$$2 + 9 + 8 + 1 = 20$$

$$20$$

$$= 2 + 8 + 9 + 1$$

$$2 + 5 + 7 + 6 = 20$$

$$20$$

$$= 2 + 7 + 5 + 6$$

$$1 + 10 + 3 + 6 = 20$$

$$20$$

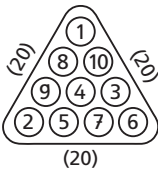
$$= 1 + 3 + 10 + 6$$

keine

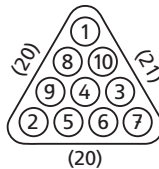
2. Vertauscht man eine Zahl aus der Mitte einer Seite mit einer Zahl auf der Ecke, ändert sich die Summe dieser Seite nicht. Die Nachbarseite hat aber ein anderes Ergebnis (sie verändert sich um die Differenz der getauschten Zahlen).

Beispiel:

Änderungen



(Vertausche
6 und 7)



S. 3: + 1

$$2 + 9 + 8 + 1 = 20$$

$$2 + 9 + 8 + 1 = 20$$

$$2 + 5 + 7 + 6 = 20$$

$$2 + 5 + 6 + 7 = 20$$

$$1 + 10 + 3 + 6 = 20$$

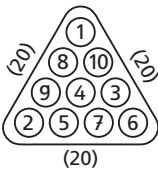
$$1 + 10 + 3 + 7 = \underline{21}$$

1 mehr

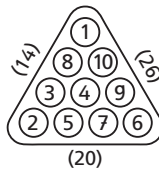
3. Vertauscht man eine Zahl aus der Mitte einer Seite mit einer Zahl aus der Mitte einer anderen Seite, so ändern sich die Summen der beiden Seiten (um die Differenz der vertauschten Zahlen).

Beispiel:

Änderungen



(Vertausche
9 und 3)



S. 1: - 6

S. 3: + 6

$$2 + 9 + 8 + 1 = 20$$

$$2 + 3 + 8 + 1 = \underline{14}$$

6 weniger

$$2 + 5 + 7 + 6 = 20$$

$$2 + 5 + 7 + 6 = 20$$

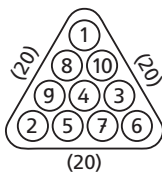
$$1 + 10 + 3 + 6 = 20$$

$$1 + 10 + 6 + 7 = \underline{26}$$

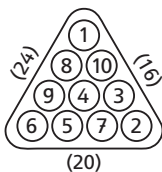
6 mehr

4. Vertauscht man zwei Zahlen auf der Ecke, bleibt die Summe der Seite, zu der beide Eckzahlen gehören, gleich (Anwendung des Kommutativgesetzes). Die Summen der beiden anderen Seiten verändern sich (um die Differenz der vertauschten Zahlen).

Beispiel:



(Vertausche die Eckzahlen 2 und 6)



Änderungen

S. 1: + 4

S. 3: - 4

4 mehr

1 weniger

$$2 + 9 + 8 + 1 = 20$$

$$2 + 5 + 7 + 6 = 20$$

$$1 + 10 + 3 + 6 = 20$$

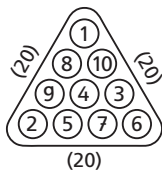
$$6 + 9 + 8 + 1 = \underline{24}$$

$$6 + 5 + 7 + 2 = 20$$

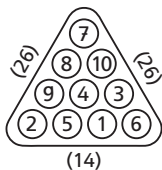
$$1 + 10 + 3 + 2 = \underline{16}$$

5. Vertauscht man eine Zahl aus der Mitte einer Seite mit der Zahl der gegenüberliegenden Ecke, so verändern sich die Summen aller drei Seiten (um die Differenz der vertauschten Zahlen).

Beispiel:



(Vertausche 1 und 7)



Änderungen

S. 1: + 6

S. 2: - 6

S. 3: + 6

$$2 + 9 + 8 + 1 = 20$$

$$2 + 5 + 7 + 6 = 20$$

$$1 + 10 + 3 + 6 = 20$$

$$2 + 9 + 8 + 7 = \underline{26}$$

$$2 + 5 + 1 + 6 = \underline{14}$$

$$7 + 10 + 3 + 6 = \underline{26}$$

6 mehr

6 weniger

6 mehr

Nachdem die Kinder obige Veränderungsmöglichkeiten im Zauberdreieck kennen gelernt haben, können sie sie im Weiteren zur Lösung der Aufgabenkarten benutzen.

Auch der folgende unterrichtliche Weg ist denkbar:

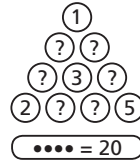
Die Kinder fangen mit den einfachen Aufgabenkarten (blau) an und entdecken dann von sich aus bei der Behandlung der weiteren Karten durch Probieren nützliche Strategien (z. B. obige Vertauschungsmöglichkeiten).

Die Aufgabenkarten

1. Dunkelblaue Aufgabenkarten

Die Aufgabenkarten geben vor:

- die Zahl in der Mitte
- und
- die drei Eckzahlen
- die Summe der vier Zahlen einer Seite



Das Brett wird mit den Zahlen 1, 2, 3 und 5 belegt. Die restlichen Zahlen (4, 6, 7, 8, 9, 10) liegen an der Seite. Sie sollen so auf die Dreiecksseiten verteilt werden, dass die Summe jeder Seite 20 ergibt. Die Kinder können zunächst probieren, werden aber mit zunehmender Übung rechnend zum Ziel gelangen. Sie bilden zunächst die Summe aus je zwei Eckzahlen und ergänzen dann zur vorgegebenen Summe 20.

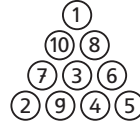
Beispiel:

$2 + 5 = 7$	$7 + 13 = 20$
$1 + 5 = 6$	$6 + 14 = 20$
$1 + 2 = 3$	$3 + 17 = 20$

Die Zahlen 13, 14, 17 können jeweils durch zwei verschiedene Summen gebildet werden, d. h. es gibt zwei unterschiedliche Lösungen.

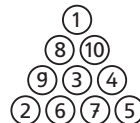
1. Lösung

$9 + 4 = 13$	$2 + 9 + 4 + 5 = 20$
$8 + 6 = 14$	$1 + 8 + 6 + 5 = 20$
$10 + 7 = 17$	$1 + 10 + 7 + 2 = 20$



2. Lösung

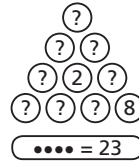
$6 + 7 = 13$	$2 + 6 + 7 + 5 = 20$
$10 + 4 = 14$	$1 + 10 + 4 + 5 = 20$
$8 + 9 = 17$	$1 + 8 + 9 + 2 = 20$



2. Hellblaue Aufgabenkarten

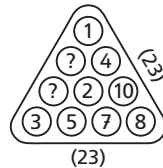
Die Aufgabenkarten geben vor:

- die Zahl in der Mitte
- und
- eine Eckzahl
- die Summe der vier Zahlen einer Seite



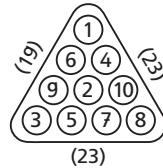
Das Brett wird mit den Zahlen 2 und 8 belegt. Die restlichen Zahlen (1, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10) liegen an der Seite. Sie sollen so auf die Dreiecksseiten verteilt werden, dass die Summe jeder Seite 23 ergibt. Ausgehend von der Eckzahl 8 suchen die Kinder zweimal drei Zahlen, die zu 8 addiert die Summe 23 ergeben.

Beispiel: $8 + 7 + 5 + 3 = 23$
 $8 + 10 + 4 + 1 = 23$



Die Zahlen 6 und 9 setzen sie nun in die letzte Seite ein.

$$1 + 6 + 9 + 3 = 19$$

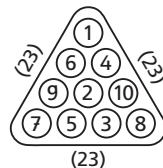


Sie erhalten nicht automatisch auch dort die richtige Lösung. Da sie aber auf der ersten Seite die 3 und die 7 vertauschen dürfen, ohne die beiden ersten Seitensummen zu verändern, kommen sie mit Hilfe dieser Vertauschung zur richtigen Lösung. (Siehe Gesetzmäßigkeiten im Zauberdreieck)

$$8 + 3 + 5 + 7 = 23$$

$$8 + 10 + 4 + 1 = 23$$

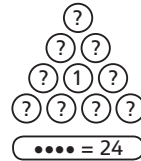
$$1 + 6 + 9 + 7 = 23$$



3. Violette Aufgabenkarten

Die Aufgabenkarten geben vor:

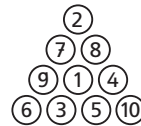
- die Zahl in der Mitte
- die Summe der vier Zahlen einer Seite



Die Aufgabenkarten der dritten Schwierigkeitsstufe geben nur noch die Mittelzahl und die Summe der vier Zahlen einer Seite vor. Die Kinder können eigenständig probieren und die Eckzahlen selber festlegen. Dabei können sie mehrere verschiedene Lösungen zu einer Aufgabenkarte finden. Wichtig ist es, dass die entdeckten Beispiele zu einer Mittelzahl aufgeschrieben werden (siehe Kopiervorlage). Sie können dabei entdecken, dass die Summe der drei Eckzahlen bei allen Lösungen zu einer Karte gleich ist.

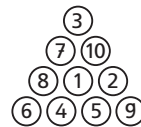
1. Lösung

$$\begin{aligned}6 + 9 + 7 + 2 &= 24 \\6 + 3 + 5 + 10 &= 24 \\2 + 8 + 4 + 10 &= 24\end{aligned}$$



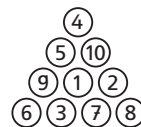
2. Lösung

$$\begin{aligned}6 + 8 + 7 + 3 &= 24 \\6 + 4 + 5 + 9 &= 24 \\3 + 10 + 2 + 9 &= 24\end{aligned}$$



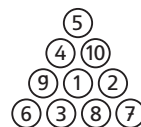
3. Lösung

$$\begin{aligned}6 + 9 + 5 + 4 &= 24 \\6 + 3 + 7 + 8 &= 24 \\4 + 10 + 2 + 8 &= 24\end{aligned}$$



4. Lösung

$$\begin{aligned}6 + 9 + 4 + 5 &= 24 \\6 + 3 + 8 + 7 &= 24 \\5 + 10 + 2 + 7 &= 24\end{aligned}$$



In diesem Beispiel ist die Summe der Eckzahlen immer 18.

Das kleine Zauberdreieck

© Ernst Klett Grundschulverlag GmbH, Leipzig 2006. Von dieser Kopiervorlage ist die Vervielfältigung für den eigenen Unterrichtsgebrauch gestattet.

Name

Klasse

Datum

••• =

••• =

••• =

••• =

••• =

••• =

••• =

••• =

••• =

Das große Zauberdreieck

© Ernst Klett Grundschulverlag GmbH, Leipzig 2006. Von dieser Kopiervorlage ist die Vervielfältigung für den eigenen Unterrichtsgebrauch gestattet.

.... =

.... =

.... =

.... =

.... =

.... =

.... =

.... =

.... =

Name

Klasse

Datum

•••• =

•••• =

•••• =

•••• =

•••• =

•••• =

•••• =

•••• =

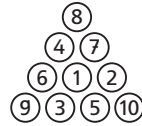
•••• =

Magische Zauberdreiecke

Besonders interessant sind die Dreiecke, die in Anlehnung an magische Quadrate als „Magische Zauberdreiecke“ bezeichnet werden. Sie können vor allem von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern entdeckt werden.

Bei den Magischen Zauberdreiecken kann in geometrischen Mustern 14-mal die Kantensumme wieder gefunden werden. Die Mittelzahl bleibt unberücksichtigt.

Beispiel:



Eckzahlen



$$9 + 8 + 10 = 27 \quad 1 \text{ Lösung}$$

Kranz



$$4 + 7 + 2 + 5 + 3 + 6 = 27 \quad 1 \text{ Lösung}$$

Seiten



$$\begin{aligned} 9 + 6 + 4 + 8 &= 27 \\ 9 + 3 + 5 + 10 &= 27 \\ 8 + 7 + 2 + 10 &= 27 \end{aligned} \quad 3 \text{ Lösungen}$$

Winkel



$$\begin{aligned} 9 + 6 + 4 + 3 + 5 &= 27 \\ 8 + 4 + 6 + 7 + 2 &= 27 \\ 10 + 5 + 3 + 2 + 7 &= 27 \end{aligned} \quad 3 \text{ Lösungen}$$

Drei und Zwei



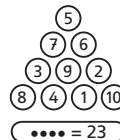
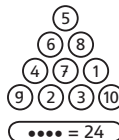
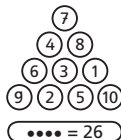
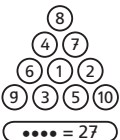
$$\begin{aligned} 8 + 4 + 7 + 3 + 5 &= 27 \\ 9 + 6 + 3 + 7 + 2 &= 27 \\ 10 + 5 + 2 + 6 + 4 &= 27 \end{aligned} \quad 3 \text{ Lösungen}$$

Pärchen

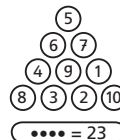
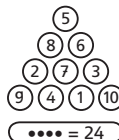
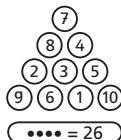


$$\begin{aligned} 9 + 6 + 10 + 2 &= 27 \\ 5 + 10 + 8 + 4 &= 27 \\ 8 + 7 + 9 + 3 &= 27 \end{aligned} \quad 3 \text{ Lösungen}$$

Es gibt insgesamt acht Magische Zauberdreiecke. In ihnen lassen sich die gleichen Strukturen wie im obigen Beispiel wieder finden. Werden die Strukturen an einem Dreieck erarbeitet, können die Schüler die Lösungen zu den anderen Magischen Zauberdreiecken selbstständig suchen.



Für interessierte Kinder findet sich im Lösungsheft auf S. 23 ein möglicher Einstieg in die magischen Zauberdreiecke.

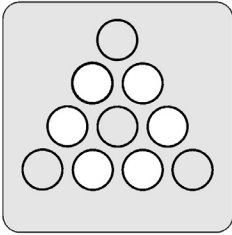
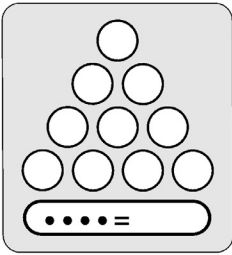
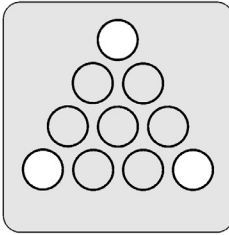
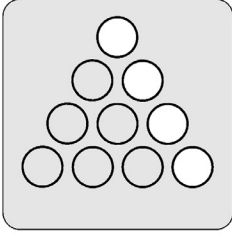
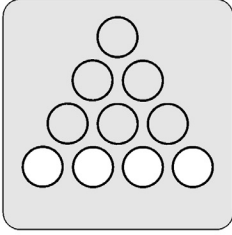
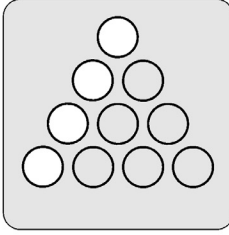
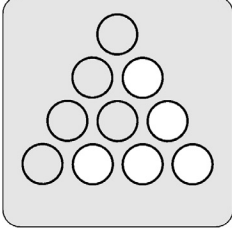
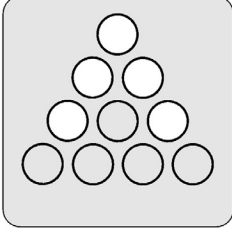
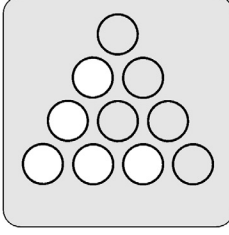
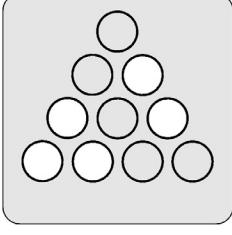
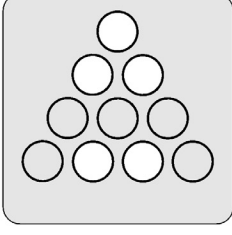
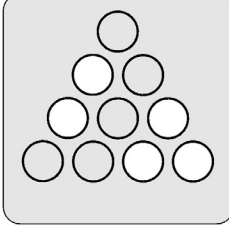
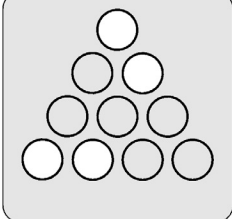
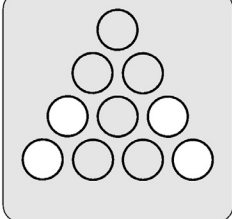
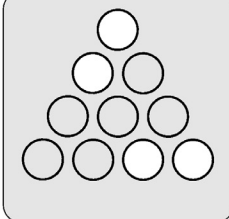


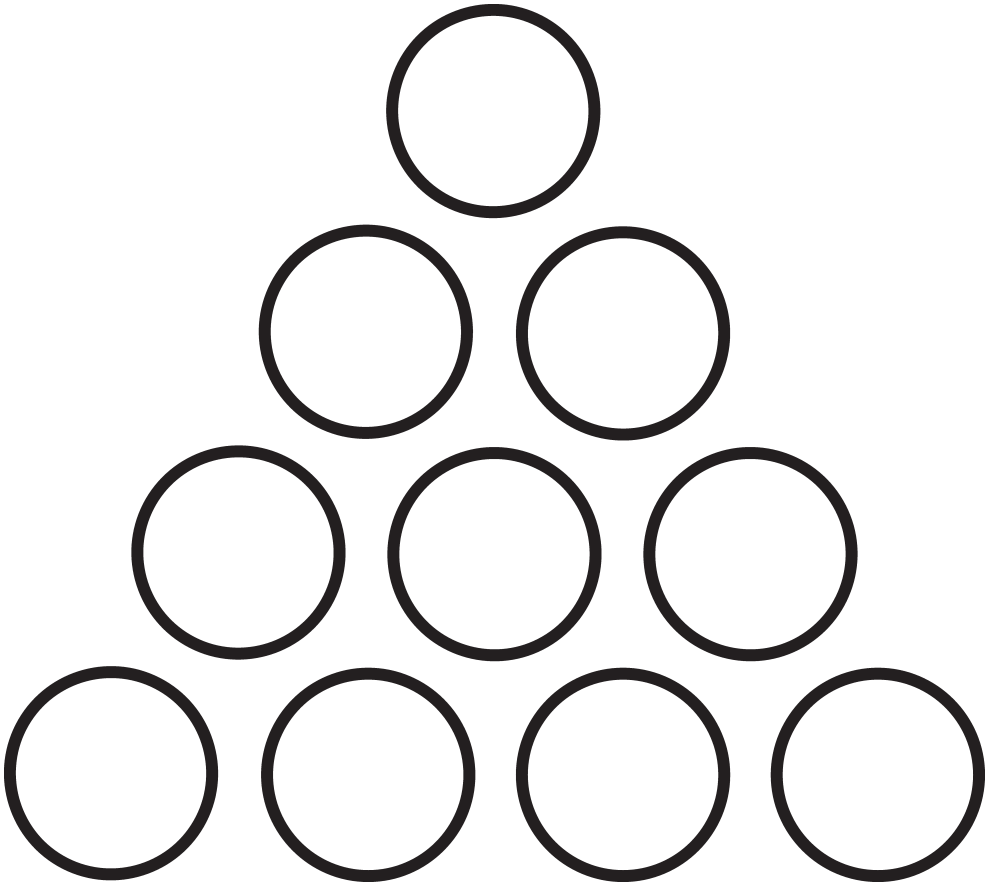
Magisches Zauberdreieck

Name _____

Klasse _____

Datum _____



ISBN 978-3-12-200961-8



9 783122 009618